

数量を図形で教える算数教育

小林 茂広 (徳島文理大学)

まえがき

算数嫌いや分数で落ちこぼれる学童が多い。この原因として、図形を軽視し数量を重視する教授と学習が考えられる。この考えから幼児と低学年の学童に過去4年間、図形で数量を教える試みを実施して満足できる研究結果を得た。

われわれの周囲にあるものはすべて図形である。図形(アナログ)を数字(デジタル)的に表現すると簡潔・正確で、非常に便利である。つまり、数字は大きさ・長さ・重さなどさまざまな数量の抽象的な表現を可能にする。したがって、図形的認識が不十分な時期に数字ばかりの取り扱いで学童に算数を教えこもうとすると無理な暗記に終わり、学童は意味を理解しかねて混乱する。分数教育はその最もよい例である。算数の基礎を図形でしっかり掴ませてから、数字学習に移ると数量の数字表現の意味を正しく理解し、以後の数学学習に目覚ましい効果が見られる。

算数の難しい応用問題に悩まされた学童も中学で代数を習うと、容易に解法の方程式を立てることができ、算数的な解法の意味を正しく理解できるようになる。このように、一段高い学習をさせると視野が広くなって、理解が深まる傾向がある。例えば小学校1年生は、通常、具体的な数の足し算を習うと直ちに足し算の数式に移行するが、数だけでなく量たとえば大きさの足し算も習ってから数式移行すると、数式の意味を正しく理解し、以後の数学的思考方に目覚ましい発展が見られる。

色板と積木算数

個数の足し算に続いて、色板と積木を使

用して量の足し算を教授・学習する。

色板はめんを取ってない直角二等辺三角形板を単位とし、その2つないし6つを辺どうして連結した直角二等辺三角形・正方形・平行四辺形・台形の計11個と基本三角形2個との合計13個を基本とし、積木はめんを取った単位立方体の2つないし4つを側面どうして連結した10個を基本とする。

積木はめんを取った立方体を連結したため、結合部に溝があるので、容易に何個の立方体できている積木か一目瞭然である。(図面省略。当日持参の印刷物参照)

例えば、小さな積木2個で w の形を作らせ、逆立ちすると飛ぶ鳥に似たものができる。簡単であるが、低学年の学童はできたと喜ぶ。そして、鳥の大きさはと尋ねると立方体を単位にして5であると答える。2個使用の似た形のより大きな鳥は7である。さらに、大きな飛ぶ鳥20や24も作れる。

色板と積木を使っての、ある程度の難しさを伴う遊びを通して足し算・引き算の学習をさせることができる。このある程度の難しさのために学習の喜びが味わえる。これは学習にとって必要不可欠な要素である。個数を数える足し算に興味を示さない学童も積み木算数に熱中するものは多く、遊びの中で図形の性質——対称性・相似性・合同性などを言葉は知らなくても認知する。そして、それが高学年での学習時の理解度を高める貴重な経験となる。

図十算のしくみ

色板や積木を使っての整数の加減乗算のしくみの説明は省くが、割り切れない整数除法と分数計算のしくみを色板で完全理解させる方法を説明する。

例1 整数の割り算

$$3 \div 2$$

この割り算は包含除である。大きさ3の色板から2の色板が1個とれて1の大きさの色板が残る。この1は2では割れないため、1を10個集めた図形10にすると2の色板を5個とれる。1を10倍したため、5は0.5にして $3 \div 2 = 1.5$

例2 異分母分数の和

$$1/2 + 1/3$$

色板1を2に載せた分数と3に載せた分数とは分母土俵の大きさが違うので、分子力士の相撲はとれ(足せ)ない。同じ大きさの土俵すなわち色板6に載せた3と2の分数に作り変えてから足して答え $5/6$ を得る。

例3 分数の整数倍

$$2/3 \times 4$$

色板分数 $2/3$ の「4倍とは4回足すこと」であり、同じ土俵の分数だから分子力士を4回足す、すなわち分子の4倍で(2×4)/3 つまり $8/3$ である。

例4 分数の整数除

$$1/2 \div 3$$

例3の「分数の整数倍は分子の整数倍」にならって、分数の整数除は分子の整数除とすればよい。しかし力士の1は3で割れないので、色板分数 $1/2$ を $3/6$ に変えて3で割り切れる分子力士にしてから割り算をして $1/2 \div 3 = 3/6 \div 3 = (3 \div 3)/6 = 1/6 = 1/(2 \times 3)$ つまり「分数の整数除は分母のみを整数倍すばよい」ことが分かる。

例5 分数の分数倍と分数除

$$2/3 \times 4/5, \quad 2/3 \div 4/5$$

分数とは実行しない割り算であり、 $4/5$ は $4 \div 5$ である。したがって $2/3 \times 4/5 = 2/3 \times 4 \div 5$, $2/3 \div 4/5 = 2/3 \div 4 \times 5$ で、あとは例3・例4にならえばよい。

色板を使って例3・例4を完全理解した学童は面倒な色板利用の図形分数計算をしたがらず、簡単にできる数字計算を好んでする。図形的に計算のしくみが分かっている。

て、簡便な数字計算をより好むのは図形教育の効果であって、色板は充分にその役目を果たしたと言えるのである。

幾何学図形

色板13個を利用すれば、三角形は直角二等辺三角形に限られるが、大きさ1, 2, 4, 8, 9, 16, 18, 25, 32, 36の10種類が、また四角形は7種類の正方形をはじめとして長方形・平行四辺形・台形など凸形151種類と凹形7種類が得られる。凸多角形は最大面積40の八角形まで実に六百余り、凹多角形は45角形まで無限にできる。これを追試したある高校生は「幾何学図形のルーツは三角形であることが分かった。僕は証明問題の補助線引きがうまくできるようになった」と報告の手紙をよこした。また、「色板の辺にはピッタリ合うものと合わないものがあるのを知っていたが、学校で有理数と無理数を学習した時これだ気付いた」と話してくれた中学生もいる。

これらの幾何学図形をうまく組合すと、意味のある具象図形 — 人・動植物・器物・建造物等のシルエットが無限に作れる。

積木10個のうち平面的な7個で3種の正方形と20種の長方形を、また10個利用すれば立方体や直方体の凸多面体を34種類と無数の凹多面体を作ることができる。

これらの図形を利用して、平面図形および立体図形の対称性・相似性・合同性等を手と頭を使って実際に作って学習することができる。もちろん、人や動物や建造物等も作れる。

筆者の色板と積木は数的事実を暗記事項としてではなく、自分の手で確かめられる事実として経験するのに役立つのである。しかも、色板や積木でできた一つの具象図形は平面でも、立体でも、その一部の移動や交換でバリエーションが生まれるものが多い。これは学童の興味をひき、何か変わったものにならないかと試行錯誤し、創造性の芽を伸ばすことにつながる。